

## Primer Parcial de Matemática 2000

Cátedra de Gutiérrez

(1) **Matemática** – Primer Parcial: 1<sup>er</sup> Cuat. 2000

1) Dados los puntos  $A = (-1, 7)$  y  $B = \left(\frac{5}{4}, -2\right)$ , de las coordenadas de un punto P del primer cuadrante que pertenezca a la recta que pasa por los puntos A y B

2) Dada  $f(x) = \frac{-3x+1}{x+2}$  calcular  $f^{-1}(x)$  y el dominio de  $f^{-1}$

3) Dada  $f(x) = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{3}{4}$  calcular los siguientes límites:  $\lim_{x \rightarrow -\infty}$   $\lim_{x \rightarrow 1}$   $\lim_{x \rightarrow -1}$

4) Si  $f(x) = \sin(x - \pi)$  y  $g(x) = 2x + 4$  determinar  $\{x \in [0, 2\pi] / g \circ f(x) = 5\}$

**Respuestas. :**

1) (Está pidiendo las coordenadas posibles de un punto P que pertenece a la recta AB y se encuentra en el primer cuadrante.)

Recta AB:  $y = -\frac{1}{4}x - \frac{27}{16}$ , así que  $P = (x; -\frac{1}{4}x - \frac{27}{16})$  para valores de “x” comprendidos en el intervalo:  $-\frac{27}{4} \leq x \leq 0$

2) Cambiamos “x” por “y” e “y” por “x” así despejamos a “y”.

$$f(x) = \frac{-3x+1}{x+2} \rightarrow x = \frac{-3y+1}{y+2} \xrightarrow{\text{despejando}} y = \frac{2x+1}{x+3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x+3}$$

Dominio de  $f^{-1}$ :  $\mathbb{R} - \{-3\}$ .

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x^2-1} + \frac{3}{4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \underbrace{\frac{2x}{x^2-1}}_0 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x^2-1} + \frac{3}{4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x^2-1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{4} = \frac{2}{0} + \frac{3}{4} = \infty + \frac{3}{4} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x^2-1} + \frac{3}{4} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x^2-1} + \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{4} = \frac{2}{0} + \frac{3}{4} = \infty + \frac{3}{4} = \infty$$

4)  $g \circ f(x) = 2 \sin(x - \pi) + 4 = 5 \rightarrow x - \pi = \pi/6 + 2k\pi$  ó  $x - \pi = 5\pi/6 + 2k\pi$

Los resultados serán:  $7\pi/6$  y  $11\pi/6$ . (tomar  $k = 0$ )